Interlinguistische Informationen
Mitteilungsblatt der Gesellschaft für Interlinguistik e.V.
Beiheft 21 Berlin, November 2014 ISSN 1432-3567

Interlinguistik im 21. Jahrhundert

Beiträge der 23. Jahrestagung der Gesellschaft für Interlinguistik e.V., 29. November – 01. Dezember 2013 in Berlin

Herausgegeben von Cyril Brosch und Sabine Fiedler

Berlin 2014

Über die Gesellschaft für Interlinguistik e.V. (GIL)

Die GIL konzentriert ihre wissenschaftliche Arbeit vor allem auf Probleme der internationalen sprachlichen Kommunikation, der Plansprachenwissenschaft und der Esperantologie.

Die Gesellschaft gibt das Bulletin „Interlinguistische Informationen“ (ISSN 1430-2888) heraus und informiert darin über die international und in Deutschland wichtigsten interlinguistischen/esperantologischen Aktivitäten und Neuerscheinungen.

Im Rahmen ihrer Jahreshauptversammlungen führt sie Fachveranstaltungen zu interlinguistischen Problemen durch und veröffentlicht die Akten und andere Materialien.

Vorstand der GIL

Vorsitzende:	Prof. Dr. Sabine Fiedler
stellv. Vorsitzender/Schatzmeister:	PD Dr. Dr. Rudolf-Josef Fischer
Mitglied:	Dr. Cyril Brosch
Mitglied:	Dr. habil. Cornelia Mannewitz
Mitglied:	Prof. Dr. Velimir Piškorec

Berlin 2014

Herausgegeben von der Gesellschaft für Interlinguistik e.V. (GIL)

Institut für Anglistik
Beethovenstr. 15, 04107 Leipzig
sfiedler@uni-leipzig.de
www.interlinguistik-gil.de

ISSN: 1432-3567

Interlinguistik im 21. Jahrhundert

Beiträge der 23. Jahrestagung der Gesellschaft für Interlinguistik e.V.,
29. November 2013 – 01. Dezember in Berlin

Herausgegeben von Cyril Brosch und Sabine Fiedler

Berlin 2014

Inhalt

Cyril Brosch / Sabine Fiedler

Einleitung

Der mittlerweile einundzwanzigste Band der Beihefte zu den *Interlinguistischen Informationen* enthält Ausarbeitungen von Vorträgen, die auf der 23. Jahrestagung der Gesellschaft für Interlinguistik e.V. (GIL) gehalten wurden. Sie fand vom 29. November bis 01. Dezember 2013, erstmals in Berlin-Konradshöhe statt und hatte als Schwerpunktthema „Interlinguistik im 21. Jahrhundert". Diese weite Fragestellung zog Vorträge fast zur gesamten inhaltlichen Breite der Interlinguistik an, die sich im vorliegenden Heft zum Großteil wiederfindet. Es zeigte sich, dass das Fach einerseits trotz seiner bereits hundertjährigen Tradition immer noch mit „Kinderkrankheiten" wie widersprüchlichen Definitionen des Fachgebiets und v.a. unzureichender Information bei Fachfremden zu kämpfen hat, andererseits interlinguistische Problem-Stellungen und -Lösungen weiterhin hochaktuell sind.

In diesem Sinne muss *Detlev Blanke* in seinem umfassenden Beitrag „Kompetent urteilen? Wege zur Fachinformation über Plansprachen" feststellen, dass fachfremde Informationen über Plansprachen die Fachliteratur – oft in Plansprachen selbst verfasst – meist nicht berücksichtigen und entsprechend inkompetent informieren. Er stellt daher nochmals ausführlich die wichtigsten Möglichkeiten, sich zu Interlinguistik und Esperantologie zu informieren, zusammen.

Auch *Věra Barandovská-Frank* stellt in „Zu Definitionen von Interlinguistik in Wikipedien" fest, dass in den nur achtzehn (von ca. 270) Wikipedien, die einen Artikel zum Stichwort ‚Interlinguistik' aufweisen trotz gewisser Parallelen und häufig wiederkehrender Punkte keine annähernd einheitliche Definition dieses seit immerhin 1911 bestehenden Terminus zu finden ist. Sie gibt dabei auch Hintergrundinformationen zur Redaktionsgeschichte der Einträge.

Bernhard Pabst gibt in „Das Fundamento als Maßstab sprachlicher Richtigkeit im Esperanto" einen Überblick über die Kriterien und Mittel, die diese Systemurkunde des Esperanto besonders im Vorwort in systematischer, an Stil und Funktion eines Rechtstextes orientierter Weise gibt. Er weist darauf hin, welche Folgen die Sonderstellung einer Sprache mit schriftlich fixierter Norm für die Linguistik hat und plädiert für eine stärkere Beachtung dieser Eigenheit.

Mit gleich zwei Beiträgen ist *Kristin Tytgat* vertreten. In „Brüssel – eine offiziell zweisprachige Stadt, die in der Realität aber vielsprachig ist" stellt sie das dritte sog. Sprachbarometer für Brüssel vor, das zeigt, dass die aus der Perspektive Flanderns und Walloniens französisch-niederländische Hauptstadt tatsächlich v.a. kosmopolitisch ist und die Brüsseler selbst sich nicht in den Antagonismus zwischen Flamen und Wallonen einbringen lassen. Im zweiten Artikel „Mehr Englisch im belgischen Hochschulraum? Neue Sprachanforderungen an die an Hochschulen beschäftigten Lehrer in Flandern" skizziert Tytgat zunächst die Emanzipation des Niederländischen an den belgischen Hochschulen. Entsprechend ruft eine neue Verordnung zur Sprachregelung im Hochschulraum, die Sprachenlehrern besondere Sprachzertifikate v.a. des Englischen zwingend vorschreibt, starke Emotionen hervor.

Der Artikel von *Rudolf-Josef Fischer* „Die Bedeutung der Vokale -*a*-, -*i*- und -*o*- in finiten Verbformen und Partizipien des Esperanto" behandelt im größeren Kontext die weiterhin aktuelle sog. ata/ita-Diskussion zur Frage von Aspektualität in den Passivpartizipien. Fischer weist sowohl die von Atisten als auch von Itisten angenommenen Zusatzbedeutungen der Verbformen zurück und plädiert für eine einfache, nicht spezialisierte Lesart des zu Grunde liegenden Systems.

Sabine Fiedler stellt in „Geschlecht im Esperanto. Eine sprachwissenschaftliche Betrachtung zu gender-spezifischen Bezeichnungen in einer Plansprache" die sexus-bezogenen Ausdrucksmittel des Esperanto zusammen, zeigt die Problematik der asymmetrischen und unvollständigen Sexus-Bezeichnung anhand historischer Entwicklungen und Diskussionsbeiträge auf und bringt die im Laufe der Zeit aufgekommenen Lösungs- und Reformvorschläge (bzw. deren Zurückweisung) an.

Der mathematisch-terminologische Beitrag von *Claus Killing-Günkel* „Sprachschöpfung in der Algebra unter besonderer Berücksichtigung der Koniologie“ stellt Klassen zur Schöpfung von Termini in der Algebra und speziell der Gruppen-/Quasigruppentheorie vor und geht dabei auf die Schaffung mathematischer Fachbegriffe im Esperanto ein. Zudem werden die historische Entwicklung sowie die Strukturen des algebraischen Teilgebiets des Koniologie ausgeführt.

Berlin und Leipzig, Oktober 2014 Die Herausgeber

Claus Killing-Günkel

Sprachschöpfung in der Algebra unter besonderer Berücksichtigung der Koniologie

This article explains classes of the creation of technical terms in algebra and especially in group theory and quasigroup theory. For a better understanding of this complex set of problems, the article sheds light on their historical development and provides an introduction to the structures and laws of algebra and especially of koniology (i.e. the scientific study of atmospheric dust). The article concludes with notes on mathematical technical terms used in Esperanto as well as translations.

В данной статье представлены классы создания терминов в алгебре и особенно в теории групп и квазигрупп. Для лучшего понимания этого комплекса проблем, мы прольем свет на их историческое развитие, а также представим структуры и законы алгебры и особенно кониологии. В конце доклада, предлагаются замечания по математическим терминам, используемым в эсперанто, а также переводы.

Tiu ĉi artikolo prezentas klasojn por krei terminojn en algebro kaj speciale en la teorio de grupoj kaj la teorio de kvazaŭgrupoj. Por pli bone kompreni tiun problemaron, ni verŝas lumon sur la historian evoluon kaj plue enkondukas en la strukturojn kaj leĝojn algebrajn kaj speciale konjologiajn. Fine estas notoj pri matematikaj terminoj en Esperanto kaj ankaŭ tradukoj.

Im Folgenden betrachten wir das Mathematikteilgebiet Algebra, das sich mit Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten von Rechenoperationen beschäftigt. Aus dem Schulunterricht sind hier Assoziativgesetz, Kommutativgesetz und Distributivgesetz als Spitze des Eisbergs bekannt. Die Gültigkeit des Kommutativgesetzes besagt, dass die Zahlen bei der betreffenden Rechenoperation vertauschbar sind: Es gilt beispielsweise in der Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ (Menge der positiven und negativen ganzen und gebrochenen Zahlen einschließlich Null) im Falle der Addition $2 + 3 = 3 + 2$ und der Multiplikation $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$, aber nicht beim Subtrahieren $2 - 3 \neq 3 - 2$ und Dividieren $2 : 3 \neq 3 : 2$ und Potenzieren $2^3 \neq 3^2$. Statt kommutativ sagt man zu Ehren des norwegischen Mathematikers Niels Hendrik Abel (1802–1829) auch abelsch.

Eine kommutative beziehungsweise abelsche Gruppe ist ein Paar $(G; +)$ aus einer Menge G und einer Verknüpfung, diese ist hier als „+“ bezeichnet, derart, dass folgende fünf Eigenschaften erfüllt sind:

1. Wenn Elemente a, b aus G verknüpft werden, so liegt das Ergebnis $a + b$ wiederum in G.

2. „+“ muss assoziativ sein, das heißt $a + (b + c) = (a + b) + c$ gilt immer, egal welche Elemente a, b und c aus der Menge G gewählt werden. Mit anderen Worten: Die Klammerung spielt keine Rolle.

3. Ein neutrales Element, nennen wir es 0, muss existieren mit $a + 0 = 0 + a = a$, egal, welches Element a aus der Menge G gewählt wird.

4. Zu jedem Element a gibt es genau ein passendes sogenanntes Inverses $-a$ der Art, dass sie verknüpft das neutrale Element ergeben, also $a + (-a) = (-a) + a = 0$, egal, welches Element a aus der Menge G gewählt wird. Das Inverse wird auch inverses Element genannt.

5. „+“ muss kommutativ sein, das heißt $a + b = b + a$ gilt immer, egal welche Elemente a und b aus der Menge G gewählt werden. Mit anderen Worten: Vertauschen spielt keine Rolle.

Die Algebra und Gruppentheorie betrachten unzählige solcher Verknüpfungsgebilde, die diese oder weniger oder mehr oder andere als diese fünf Eigenschaften haben. Gelten beispielsweise nur die ersten beiden Eigenschaften, so spricht man von einer Halbgruppe. Weitere Verknüpfungsgebilde sind Magma, Monoid, Loop, Quasigruppe, Ring, Schiefkörper und Körper.

Im Laufe ihrer Geschichte und Weiterentwicklung haben Algebra und Gruppentheorie ein großes Repertoire an Bezeichnungen herausgearbeitet, beispielsweise:[1]

1814 distributiv, kommutativ	1900 inverses Element
1843 assoziativ	1904 Halbgruppe
1846 Gruppe	1910 Nebenklasse
1858 Körper	1914 Ring
1870 idempotent, nilpotent	1921 freie Gruppe
1881 Untergruppe	1923 Normalisator
1882 abelsch	1930 alternativ
1891 zyklische Gruppe	1939 symplektische Gruppe
1893 auflösbare Gruppe	1943 Loop
1894 neutrales Element	1998 Magma

Die drei ersten Adjektive auf *-tiv* bezeichnen grundlegende Begriffe und leiten sich von lateinischen Verben ab: *associare* „verbinden“, *distribuere* „auseinanderlegen, verteilen“ und *commutare* „vertauschen“. Sie umfassen drei Grundkonzepte, nämlich etwas zu verbinden, etwas zu trennen und etwas umzustrukturieren, und sind somit erschöpfend. Denkbar wäre noch, das Konzept des Entfernens oder Abschneidens analog zu bezeichnen, etwa von *desecare* „abschneiden“ **desektiv* oder von *cidere* „abtrennen“ **ziditiv*, jedoch wird dieser Weg nicht gegangen, weil die Pionierzeit des 19. Jahrhunderts und mit ihr die neu konstruierten *tiv*-Adjektive als abgeschlossen gilt und solche Neuschöpfungen nicht klar genug oder sogar selbsterklärend sind. Man kann diesen Bereich der Mathematik mit dem fest umrissenen Bereich der Personalpronomina vergleichen.

Moderne Sprachschöpfung in der Algebra kennt folgende Möglichkeiten:

(1) Spezifizierung bekannter Termini durch Voranstellung, meist mit Bindestrich:

(1a) Vorsilben wie *A(n)-*, *Anti-*, *Auto-*, *Fast-*, *Homo-*, *Hyper-*, *Iso-*, *Ko-*, *Links-*, *Neben-*, *Pseudo-*, *Quasi-*, *Rechts-*, *Selbst-*, *Sub-* und *Super-*. Ein Unterfall sind Vorsilben, die Anzahlen ausdrücken: *Bi-*, *Halb-*, *Mono-*, *Okto-*, *Quater-*, *Semi-*, *Sesqui-*, *Tri-* und *Uni-*. Insbesondere gehören hierzu Wortfamilien wie diejenige um *-potent* (idempotent, nilpotent, bipotent (Rowen 2011), monopotent (Dixit 1971) und unipotent) sowie diejenige um *-morphismus* (Automorphismus, Endomorphismus, Epimorphismus, Homomorphismus, Isomorphismus, Monomorphismus und außerhalb der Algebra auch Diffeomorphismus und Homöomorphismus).

(1b) Namen wie Abel-Graßmann-Identität, Bernstein-Algebra, Bol-Loop, Borel-Untergruppen, Frobenius-Loop, Hopf-Algebra, Moufang-Loop, Schroeder-Quasigruppe, Stein-Quasigruppe oder Steiner-Quasigruppe.

(1c) Buchstabenkombinationen wie Bass-Gruppoid (mit Bass = Klasse der biassoziativen Gruppoide) (Ilić 1991), CI- (= *crossed-inverse property* Eigenschaft der vertauschten Inversen) (Keedwell 1999), D- (= mit Division) (Ilse 1984: 19), GS-Quasigruppe (GS = Goldener Schnitt; Volenec 1990), HS- (= halbsymmetrisch) (Ilse 1984: 122), K- (= mit Kürzungsregel) (Ilse 1984: 21), LDI- (= linksdistributiv + idempotent) (Larue 1994), LDLI- (= linksdistributiv + linksidempotent) (Stanovský 1991), LLP- (= *left loop property* Linksloopeigenschaft) (Issa 2000), LSLDI- (= linkssymmetrisch + linksdistributiv + idempotent) (Stanovský 2004), LSMI- (= linkssymmetrisch + medial + idempotent)

[1] Alle Jahresangaben laut Miller bis auf „alternativ“ laut Wikipedia und „Loop“ laut Ilse (1984: 30).

(Stanovský 1991, 2004), LWA- (= *left weakly Abelian* links schwach abelsch), RIP- (= *right isotopy-isomorphism/inverse property* Eigenschaft der rechten Isotopieisomorphismen/Inversen) (Kepka 1977), TS- (= totalsymmetrisch) (Ilse 1984: 122), WAD- (= *weakly Abelian D-*, wobei das *D* an *distributive* erinnern soll) (Kepka 1978) oder WIP- (= *weak-inverse property* Eigenschaft der schwachen Inversen) (Keedwell 2003). L- für Links- und R- für Rechts- haben sich international durchgesetzt.

(2) Benutzung von vorher nichtmathematischen Begriffen wie *alternativ*, *befreundet*, *elastisch* (Ilse 1984: 46), *frei*, *perfekt*, *schwach*, *symmetrisch*, *vollkommen*.

(3) Sehr selten sind Neubildungen durch Kofferwörter wie Equasigruppe (aus *equationally definable* „durch Gleichungen definierbar“ + Quasigruppe) (Dudek 1999) oder Sloop (aus Steiner + Loop) (Quackenbush 1976) oder assosymmetrisch (Kleinfeld 1957). Ähnlich gelagert ist die Möglichkeit von Mischformakronymen, bei denen eine größtenteils bis ganz aus Konsonanten bestehende Buchstabenkombination durch Übernehmen einer oder mehrerer Erstsilben mit Vokal aussprechbar gemacht wird: Steiner-Quasigruppe wird zu SQG wird zu Squag (Quackenbush 1976, Armanious 2003); Modelle in der aktuellen deutschen Sprache sind Azubi, BAföG, KiBa oder Kita.

(4) Ein weiteres Beispiel sind spezielle Mengen, deren Bezeichnungen auf *-ator* enden: Normalisator (eng *normalizer*, fra *normalisateur*, ita *normalizzatore*, pol *normalizator*, spa *normalizador*), Zentralisator (eng *centralizer*, fra *centralisateur*, ita *centralizzatore*, pol *centralizator*, spa *centralizador*), Stabilisator und Kommutator.

Einige Gesetze mit Links- und Rechtsvarianten:[2]

	links- beziehungsweise L-	rechts- beziehungsweise R-
–abelsch distributiv	$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ (c \circ a)$	$(a \circ b) \circ c = (c \circ a) \circ (b \circ c)$
–alternativ	$(a \circ a) \circ b = a \circ (a \circ b)$	$(b \circ a) \circ a = b \circ (a \circ a)$
–distributiv	$a \circ (b * c) = (a \circ b) * (a \circ c)$	$(a * b) \circ c = (a \circ c) * (b \circ c)$ oder
	$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ (a \circ c)$	$(a \circ b) \circ c = (a \circ c) \circ (b \circ c)$
–halbsymmetrisch	$a \circ (b \circ a) = b$	$(a \circ b) \circ a = b$
–idempotent	$(a \circ a) \circ b = a \circ b$	$a \circ (b \circ b) = a \circ b$
–permutabel	$a \circ (b \circ c) = b \circ (a \circ c)$	$(a \circ b) \circ c = (a \circ c) \circ b$
–Schweizer-Ident.	$(a \circ b) \circ (a \circ c) = c \circ b$	$(a \circ b) \circ (c \circ b) = c \circ a$
–symmetrisch	$a \circ (a \circ b) = b$	$(a \circ b) \circ b = a$
–transitiv	$(a \circ b) \circ (a \circ c) = b \circ c$	$(a \circ c) \circ (b \circ c) = a \circ b$

Mehrere Termini brauchten einige Zeit, um sich letztendlich durchzusetzen. Als Beispiele seien Magma (statt Gruppoid, Binar, Operativ), medial (statt abelsch, Alternation, Transposition, interchange, bikommutativ, bisymmetrisch, surkommutativ, entropisch) und Loop (statt Normbereich, Union) genannt. Da die Koniologie noch nicht sehr verbreitet ist, bietet sich die Möglichkeit (1b) zur Begriffsbildung nicht an; auch sind die Gesetze allgemein bekannten Gesetzen nicht soweit ähnlich, dass simple Präfixe zur genauen Abgrenzung wie in (1a) reichten.

In der Koniologie treten neben dem Kommutativgesetz die folgenden drei Gesetze auf:

2 Alle Beispiele laut Wikipedia und/oder Groupprops und/oder Hebisch und/oder Ilse (1984) und/oder Stanovský (1991). Statt links-/rechtsdistributiv wird auch links-/rechtsselbstdistributiv oder links-/rechtsautodistributiv verwendet. Ilse (1984) nennt die Links-/Rechtssymmetrie Links-/Rechts-Systemregel oder abgekürzt L-/R-Systemregel.

Für alle a gibt es ein b so, dass für alle c gilt: $a \circ (b \circ c) = c$.
Für alle a, b gilt: $a \circ (a \circ b) = b$.
Für alle a, b gilt: $(a \circ b) \circ a = (b \circ b) \circ b$. Oder: Für alle a, b, c gilt: $(a \circ b) \circ a = (c \circ b) \circ c$.

Gelten das erste Gesetz und das Kommutativgesetz, so gibt es für alle a ein b, so dass für alle c gilt: $b \circ (a \circ c) = c$, wobei die Variablen a und b im Vergleich zu $a \circ (b \circ c) = c$ vertauscht sind. Darüber hinaus ergeben sich sechs weitere Möglichkeiten, das erste Gesetz zu formulieren. Ein einfaches Adjektiv nach Modell (2) ist als gemeinsames Lexem hier die beste Lösung: <u>statisch</u>. Außerdem ist der Begriff leicht in jede Sprache zu übersetzen.

Für das zweite Gesetz existieren in der Literatur im Wesentlichen zwei Begriffe: L-Symmetrie und L-Systemregel. Während der zweite Begriff nichtssagend ist, ist der erste Begriff irreführend, da keine Symmetrie vorliegt, sondern es sich um eine Verkürzung des Terms beziehungsweise Entfernung einer Variablen handelt. Betrachtet man dieses Gesetz in einer Verknüpfungstafel – also einem rechteckigen Schema, das ähnlich wie das Einmaleins angibt, welches Element mit welchem verknüpft welches Element ergibt –, so stellt man fest, dass innerhalb einer Verknüpfungstafelzeile die Spalten erhalten bleiben: Nehmen wir Minus statt „∘“ als Verknüpfung, so gilt $a - (a - b) = b$. Beispielsweise mit $a = 5$ und $b = 4$ erhalten wir in der Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$: $5 - (5 - 4) = 5 - 1 = 4$. Betrachten wir die Zeile der 5 in der Verknüpfungstafel, so steht in der Spalte der 4 die 1 und umgekehrt in der Spalte der 1 die 4, denn $5 - 4 = 1$ und $5 - 1 = 4$. Das Gesetz besagt also eine Art gegenseitiges Erhalten der Spalten, und man kann es in Analogie zu Begriffen wie winkeltreu, längentreu, flächentreu, farbentreu und linientreu <u>Spaltentreue</u> nennen. Wenn die Eigenschaft $a \circ (a \circ b) = b$ also spaltentreu heißt, so heißt $(a \circ b) \circ b = a$ <u>zeilentreu</u>. Übersetzt werden können diese beiden Begriffe ins Esperanto als *kolumnofidela* und *liniofidela*, ins Englische als *column-preserving* und *row-preserving* oder entsprechend in andere Sprachen mit entsprechenden Ausdrücken. Als Abkürzungen bieten sich V und H für die international bekannten Begriffe *vertical* beziehungsweise *horizontal* an.

Das dritte Gesetz $(a \circ b) \circ a = (c \circ b) \circ c$ weist im Gegensatz zum zweiten eine Symmetrie und ein Gleichgewicht auf, jedoch ist auch eine andere Klammerung denkbar: $a \circ (b \circ a) = c \circ (b \circ c)$. Es bietet sich der Begriff Gleichgewichtigkeit an, wobei im Falle der ersten Klammerung von Rechtsgleichgewichtigkeit – hier kurz: R-Gleichgewichtigkeit – und im Falle der zweiten Klammerung von Linksgleichgewichtigkeit – hier kurz: L-Gleichgewichtigkeit – gesprochen werden kann. „Gleichgewichtig“ kann international mit dem Adjektiv *equiponderant* übersetzt werden, da *equilibrated* bereits belegt ist (Zhang 2007).

Das erste Gesetz kann als <u>Statizitätsgesetz</u> mit möglicher Abkürzung S bezeichnet werden,
$a \circ (a \circ b) = b$ als <u>Spaltentreue</u> mit möglicher Abkürzung V,
$(a \circ b) \circ b = a$ als <u>Zeilentreue</u> mit möglicher Abkürzung H,
$(a \circ b) \circ a = (c \circ b) \circ c$ als <u>R-Gleichgewichtigkeit</u> mit möglicher Abkürzung RE,
$a \circ (b \circ a) = c \circ (b \circ c)$ als <u>L-Gleichgewichtigkeit</u> mit möglicher Abkürzung LE.

Als Kombinationen existieren beispielsweise AS-Quasigruppe – in ihr gelten Kommutativgesetz und Statizitätsgesetz –, REV-Quasigruppe – in ihr gelten R-Gleichgewichtigkeitsgesetz und Spaltentreue – sowie LEH-Quasigruppe – in ihr gelten L-Gleichgewichtigkeitsgesetz und Zeilentreue. Das A in AS-Quasigruppe kommt von abelsch.

Zum besseren Verständnis werden AS-Quasigruppe, REV-Quasigruppe und LEH-Quasigruppe näher beleuchtet. Die Begriffe Magma, Quasigruppe, kommutativ, totalsymmetrisch, Unter-, idempotent, unipotent, TS-Quasigruppe und Steiner-Quasigruppe sind hierbei der einschlägigen Literatur entnommen. Definierte Begriffe sind unterstrichen. Als Verknüpfungszeichen werden $\circ$, $\square$, $+$ und $*$ benutzt.

Ein <u>Magma</u> ist ein geordnetes Paar $(M; \circ)$ aus einer Menge M und einer Verknüpfung
$\circ: M \times M \longrightarrow M$. Auch $M = \{\}$ ist zugelassen.

Eine Quasigruppe ist ein Magma $(Q; \circ)$ so, dass für alle a, b aus Q die Gleichungen $a \circ x = b$ und $y \circ a = b$ eindeutig nach x aus Q beziehungsweise y aus Q auflösbar sind.

Für jede Verknüpfungstafel einer Quasigruppe mit endlichem Q gilt: In jeder Zeile und jeder Spalte kommt jedes Element genau einmal vor. Auch in lateinischen Quadraten sind in einem quadratischen Schema aus n Zeilen und n Spalten n Symbole so angeordnet, dass in jeder Zeile und Spalte jedes Symbol genau einmal erscheint. Beispiele für lateinische Quadrate sind alle Sudokus, denn in ihnen stehen die Zahlen 1 bis 9 in 9 Zeilen und 9 Spalten jeweils einmal.

Man kann zeigen: AS-Quasigruppen, REV-Quasigruppen und LEH-Quasigruppen sind tatsächlich Quasigruppen. Beispiele für AS-Quasigruppen sind unter anderem alle kommutativen Gruppen. Diese ergeben sich genau durch Hinzunahme des Assoziativgesetzes.

In einer AS-Quasigruppe $(Q; +)$ ist im Statizitätsgesetz durch a das b eindeutig bestimmt und wird mit $\overline{a}$ (a quer) bezeichnet. Es gilt also $a + (\overline{a} + c) = c$ für alle a, c aus Q.

Jedes spaltentreue Magma ist statisch. Die Rückrichtung gilt im Allgemeinen nicht.

In AS-Quasigruppen lassen sich folgende weitere Rechenregeln beweisen:

1. Termumformungen

$$\overline{\overline{a}} = a$$
$$\overline{a} + (a + b) = b$$
$$\overline{a + b} = \overline{a} + \overline{b}$$

2. Umformung von Gleichungen

$$a = b \Longleftrightarrow \overline{a} = \overline{b}$$
$$a + x = b \Longleftrightarrow x = \overline{a} + b$$
$$a + c = b + c \Longleftrightarrow a = b$$

Vermöge Kommutativgesetzes erhält man leichte Varianten dieser Rechenregeln.

AS-Quasigruppen und REV-Quasigruppen hängen folgendermaßen zusammen (Korrespondenz): Aus einer AS-Quasigruppe $(Q; +)$ erhält man eine REV-Quasigruppe $(Q; *)$ durch $a * b := a + \overline{b}$. In R-gleichgewichtigen Magmen kann man ein $\bar{}$ (Quer) definieren durch $\overline{a} := (a * a) * a$. (Ist ein R-gleichgewichtiges Magma zugleich AS-Quasigruppe, so fallen beide Quer-Begriffe zusammen.) Aus einer REV-Quasigruppe $(Q; *)$ ergibt sich eine AS-Quasigruppe $(Q; +)$ durch $a + b := a * \overline{b}$. Durch Umwandlung einer AS-Quasigruppe auf diese Art zu einer REV-Quasigruppe und dann zu einer AS-Quasigruppe ergibt sich die ursprüngliche AS-Quasigruppe, und durch Umwandlung einer REV-Quasigruppe zu einer AS-Quasigruppe und dann zu einer REV-Quasigruppe ergibt sich die ursprüngliche REV-Quasigruppe.

Aus den Termumformungen erkennt man, dass $\bar{}$ zum Teil Eigenschaften von Inversen hat, obwohl in AS-Quasigruppen kein rechtsneutrales Element zu existieren braucht. Man kann in AS-Quasigruppen die Existenz eines rechtsneutralen Elements e fordern, dies ist ein Element mit dieser zusätzlichen Eigenschaft: Für alle a aus Q gilt: $a + e = a$. Hat eine AS-Quasigruppe ein rechtsneutrales Element e, so ergibt die Übertragung auf die korrespondierende REV-Quasigruppe: Für alle a aus Q gilt: $a * a = e$. Eine REV-Quasigruppe mit solch einem ausgezeichneten Element lässt sich auch dadurch charakterisieren, dass Spaltentreue und die folgende Eigenschaft gefordert werden: Es gibt ein e aus Q so, dass für alle a, b aus Q gilt: $e * a = (b * a) * b$.

Der Wert b im R-Gleichgewichtigkeitsgesetz lässt sich sofort angeben: Er ist $(a * a) * a$, also gleich $\overline{a}$.

Ein Beispiel für eine REV-Quasigruppe erhält man aus einer beliebigen kommutativen Gruppe $(G; +)$ durch die Setzung $a * b := a + (-b)$.

Gilt in einer REV-Quasigruppe eine der beiden folgenden Gleichungen

$(a * b) * c = a * (b * \overline{c})$ für alle a, b, c aus Q
$(a * c) * (b * c) = a * b$ für alle a, b, c aus Q,

so ist die korrespondierende AS-Quasigruppe assoziativ (also kommutative Gruppe).

In REV-Quasigruppen lassen sich folgende Rechenregeln beweisen:

1. Termumformungen

$$\overline{\overline{a}} = a$$
$$\overline{a * b} = b * a$$
$$\overline{a * b} = \overline{a} * \overline{b}$$
$$a * \overline{b} = b * \overline{a}$$
$$\overline{a} * b = \overline{b} * a$$
$$(a * b) * \overline{b} = a$$
$$(a * \overline{b}) * b = a$$

2. Umformung von Gleichungen

$$a = b \Longleftrightarrow \overline{a} = \overline{b}$$
$$x * a = b \Longleftrightarrow x = b * \overline{a}$$
$$a * x = b \Longleftrightarrow x = a * b$$
$$a * c = b * c \Longleftrightarrow a = b$$
$$c * a = c * b \Longleftrightarrow a = b$$

AS-Quasigruppen und REV-Quasigruppen sind spezielle Quasigruppen, AS-Quasigruppen sogar Quasigruppen mit Inverseneigenschaften. Eine <u>Quasigruppe mit Inverseneigenschaften</u> ist ein Magma $(Q; *)$, in dem es für alle a aus Q ein eindeutiges Element a^{-1} aus Q gibt so, dass für alle b aus Q gilt: $a^{-1} * (a * b) = b = (a * b) * a^{-1}$ (*Inverseneigenschaft*).

Für REV-Quasigruppen kann man die Lösungen der Gleichungen $a * x = b$ und $y * c = d$ aus den beiden für alle a, b, c, d aus Q gültigen Gleichungen $a * (\overline{a} * b) = b$ und $(d * \overline{c}) * c = d$ ablesen.

Gegeben sei eine Quasigruppe $(Q; \circ)$. In der Literatur werden Abbildungen „\“ und „/“ von $Q \times Q$ in Q definiert durch

$a \setminus b :=$ (die Lösung x der Gleichung $a \circ x = b$) und
$b \,/\, a :=$ (die Lösung y der Gleichung $y \circ a = b$).

Seien nun $(Q; +) = (Q; \circ)$ AS-Quasigruppe und $(Q; *)$ die korrespondierende REV-Quasigruppe. Dann gilt

$a * b := a \,/\, b = a + \overline{b} = b \setminus a$ für alle a, b aus Q.

Die Gesetzmäßigkeiten von „\“ ergeben sich aus denen von „*“ durch Vertauschen des Terms rechts von „*“ mit dem links von „*“. Die Gesetzmäßigkeiten von „*“ ergeben sich aus denen von „\“ durch Vertauschen des Terms rechts von „\“ mit dem links von „\“. Für $(Q; \setminus)$ ergeben sich so aus der Spaltentreue die Zeilentreue und aus dem R-Gleichgewichtigkeitsgesetz das L-Gleichgewichtigkeitsgesetz.

Sei $(M; \circ)$ ein Magma. $(N; \square)$ heißt <u>Untermagma</u> von $(M; \circ)$ genau dann, wenn gilt:

$N \subseteq M$, $\square$: $N \times N \longrightarrow N$ und für alle a, b aus N gilt: $a \square b = a \circ b$.

Sei $(Q; +)$ AS-Quasigruppe. $(U; \square)$ heißt <u>Unter-AS-Quasigruppe</u> von $(Q; +)$ genau dann, wenn

$(U; \square)$ AS-Quasigruppe und Untermagma von $(Q; +)$ ist.

Sei $(Q; +)$ AS-Quasigruppe. Ein Magma $(U; \square)$ ist genau dann Unter-AS-Quasigruppe von $(Q; +)$, wenn $U \subseteq Q$, $a \square b = a + b$ aus U für alle a, b aus U und $\overline{a}$ aus U für alle a aus U ist.

Eine Unter-REV-Quasigruppe einer REV-Quasigruppe ist ein Untermagma dieser REV-Quasigruppe.

Sei $(Q; \circ)$ eine AS-Quasigruppe oder ein R-gleichgewichtiges Magma. Ein Element a mit $a = \overline{a}$ heißt <u>selbstinvers</u>.[3]

Für eine AS- beziehungsweise REV-Quasigruppe $(Q; \circ)$ sei $\mathrm{Si}((Q; \circ)) := \{a \in Q \mid a = \overline{a}\}$, also die Menge aller selbstinversen Elemente von Q. $\mathrm{Si}((Q; \circ))$ bildet eine Unter-AS- beziehungsweise Unter-REV-Quasigruppe von $(Q; *)$. Eine REV-Quasigruppe $(Q; *)$ ist genau dann kommutativ, wenn alle ihre Elemente selbstinvers sind, anders ausgedrückt: $\mathrm{Si}((Q; *)) = Q$.

Ein Magma heißt <u>totalsymmetrisch</u> genau dann, wenn es kommutativ und spaltentreu beziehungsweise gleichwertig kommutativ und zeilentreu beziehungsweise gleichwertig spaltentreu und zeilentreu ist. Eine totalsymmetrische Quasigruppe heißt <u>TS-Quasigruppe</u>.

Seien $(M; *)$ spaltentreues Magma endlicher Ordnung und a aus M.

Dann ist $|M \setminus \{x \in M \mid a * x = x\}|$ gerade.

Sei $(Q; *)$ REV-Quasigruppe endlicher Ordnung. Dann ist $|Q \setminus \mathrm{Si}((Q; *))|$ gerade.

Seien $(Q; \circ)$ Quasigruppe endlicher Ordnung und $(U; \square)$ echtes Untermagma von $(Q; \circ)$.

Dann ist $2 \cdot |U| \leq |Q|$ (Wall 1957). Diese Aussage gilt daher für alle hier behandelten Quasigruppen. Anders als bei Gruppen braucht $|U|$ jedoch kein Teiler von $|Q|$ zu sein.

Seien $(Q; +)$ AS-Quasigruppe, Q endlich und $M = \{a \in Q \mid a \neq \overline{a}\}$. Dann ist $2 \cdot |M| \geq |Q|$ oder $M = \{\}$.

Seien $(Q; *)$ REV-Quasigruppe endlicher Ordnung und $2 \cdot |\mathrm{Si}((Q; *))| > |Q|$. Dann ist $(Q; *)$ totalsymmetrisch.

Für eine kommutative REV-Quasigruppe genügt ein spaltentreues, kommutatives Magma oder ein zeilen- und spaltentreues, also totalsymmetrisches Magma. Das R-Gleichgewichtigkeitsgesetz und das Statizitätsgesetz lassen sich daraus beweisen. Ist eine REV-Quasigruppe kommutativ, so ist sie zugleich eine AS-Quasigruppe, und alle Elemente sind selbstinvers, außerdem ist sie zeilen- und spaltentreu, also totalsymmetrisch. Umgekehrt ist ein totalsymmetrisches Magma eine kommutative REV-Quasigruppe und eine Quasigruppe, denn jede REV-Quasigruppe ist bereits eine Quasigruppe.

Sei $(Q; +)$ AS-Quasigruppe. Elemente a aus Q, für die es ein b aus Q gibt mit $b + \overline{b} = a$, heißen <u>potent</u>.

Sei $(Q; *)$ R-gleichgewichtiges Magma. Elemente a aus Q, für die es ein b aus Q gibt mit $b * b = a$, heißen <u>potent</u>.[4]

Für REV-Quasigruppen endlicher, ungerader Ordnung gelten die folgenden beiden Aussagen:

(*i*) Für jedes Element sind die Eigenschaften „potent“ und „selbstinvers“ äquivalent.

(*ii*) Die Zahl der potenten Elemente (und daher auch die Zahl der selbstinversen Elemente) ist ungerade.

---

[3] Der Begriff „selbstinvers“ ist laut (1a) gebildet und kann auch als Abkürzung von „zu sich selbst invers“ verstanden werden.

[4] Ist $(Q; \circ)$ sowohl AS-Quasigruppe als auch R-gleichgewichtiges Magma, so fallen beide „potent“-Definitionen zusammen. – Da sich die Begriffe „idempotent“ und „unipotent“ beide auf a^2 beziehen, nämlich idempotent $a^2 = a$ und unipotent $a^2 = b^2$, wurde hier von beiden Begriffen das gemeinsame Lexem „potent“ gewählt. Ein analoges Beispiel ist „Morphismus“ als gemeinsames Lexem der Begriffe Endomorphismus, Homomorphismus, Isomorphismus usw.

Sind in einer REV-Quasigruppe endlicher Ordnung alle Elemente potent, so ist ihre Ordnung ungerade oder gleich Null.

Sei $(M; \circ)$ Magma. Elemente a aus M mit $a \circ a = a$ heißen idempotent.

In jeder REV-Quasigruppe $(Q; *)$ gilt: a idempotent $\Rightarrow$ a potent $\Rightarrow$ a selbstinvers.

Für beide Folgerungen gilt die Rückrichtung im Allgemeinen nicht.

Gegeben sei eine REV-Quasigruppe. Hinreichend für Totalsymmetrie ist die Eigenschaft, dass jedes Element potent ist. Solch eine Quasigruppe heißt PTS-Quasigruppe. Im Falle einer AS-Quasigruppe ist für Totalsymmetrie hinreichend, dass jedes Element potent ist.

Eine TS-Quasigruppe mit der Eigenschaft, dass jedes Element idempotent ist, heißt Steiner-Quasigruppe. Steiner-Quasigruppe ist für PTS-Quasigruppe hinreichend.

Sei m eine natürliche Zahl oder die Zahl 0. Sei $n = 6m + 1$ oder $n = 6m + 3$. Dann gibt es eine Steiner-Quasigruppe der Ordnung n (Reiss 1859, Doyen 1969).

Das Gebiet der Koniologie umfasst mehr als die hier aufgeführten grundlegenden Definitionen und Aussagen. Ferner beschäftigt sie sich noch mit Konien, einer Art für die Koniologie namensgebenden dreieckigen Schema, und mit Turnussen, speziellen Funktionen. Im Falle von „Turnus" wurde Möglichkeit (2) genutzt, wohingegen „Konie" (die; -, -n) aus „konisch" plus Endung neu gebildet wurde. Als Modell zur Übersetzung dienen Blumennamen wie Akazie, Dahlie und Fuchsie (Abkürzungen für Sprachen gemäß ISO 639):

> *konia* in cat, eng, est, eus, fin, fra, hun, ile, ina, ind, isl, ita, nld, por, rum, spa, swe,
> *konija* in hrv, lit, *konja* in mlt, pol, *konya* in tgl, tur,
> *кония* in bul, rus, *конія* in ukr, *конија* in srp, *коныя* in bel, コヌア [konua] in jpn, κωνία in ell, קוניה [qonia] in heb, 코니아 [konja] in kor, *konie* in alb, cze, dan, nob, *konijas* in lav, *konijev* in slv, *konjo* in epo

Abschließend noch einige Notizen zu Mathematikfachspracheproblemen im Esperanto.

1. Es gibt einen Wissenszweig Algebra und eine Struktur Algebra, die im Esperanto als zwei verschiedene Wörter erscheinen: (*i*) *algebro* für den Wissenszweig und (*ii*) *algebrao* (Hilgers / Yashovardan 1980) oder *alĝebro* (PIV 2002, Wikipedia) für die Struktur. Nicht unterschieden wird der Wissenszweig Topologie von der dort behandelten Struktur Topologie: *topologio*. Als Begriff für die Struktur böte sich *topoloĝio* (Günkel 1997: 27) an.

2. Es gibt die Diskrepanz Aussprachetreue gegenüber Schriftbildtreue. Daher heißt es laut Werner 1990 *ajgenvektoro*, aber laut PIV (2002) und Wikipedia *ejgenvektoro*.

3. Zu den drei eng verbundenen Begriffen injektiv, surjektiv und bijektiv gibt es zahlreiche Varianten, von denen sich noch keine durchgesetzt hat:

   i. *enjekcia*, *surjekcia*, *bijekcia* in PIV (2002) und Wikipedia (mit *jekcio* in PIV 2002)

   ii. *enĵeto*, *surĵeto* mit *surĵekcia*, *ensurĵeto* in Wikipedia

   iii. *enjekcia* und *enĵeta*, *surjekcia* und *surĵeta*, *bijekcia* und *biĵeta* in Werner (1990)

4. Körper als algebraisches Verknüpfungsgebilde heißt auf Englisch *field*, auf Spanisch *cuerpo*, auf Französisch *corps commutatif*, auf Italienisch *campo*, auf Niederländisch *lichaam*, auf Flämisch *veld*, auf Polnisch *ciało* und auf Russisch *поле*. Das macht es für Esperanto sehr schwer, sich zwischen *korpo* und *kampo* zu entscheiden. PIV (2002) hat sich für *korpo* entschieden, während die Wikipedia *kampo* = *komuta korpo* bevorzugt.

5. Die Elemente der fünf Mengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ werden auf verschiedene Weisen übersetzt: im PIV (2002), in der Wikipedia und in Werner (1990) als *natura nombro*, *entjero* oder *plena nombro*,

racionala nombro oder *racia nombro*, *reelo* und *kompleksa nombro*. Während nur *entjer'* und *reel'* eigene Wurzeln sind, werden die drei übrigen als „Adjektiv + *nombro*" bezeichnet und können nur schwerfällige Adjektive bilden: *naturnombra*, *racionalnombra* und *kompleksnombra* im Gegensatz zu *entjera* und *reela*. Gut wäre eine einheitliche Lösung für alle fünf Begriffe:

(*i*) Lösung mit zusammengesetzen Begriffen mit dem Vorteil, leichter als Zahlen erkennbar zu sein im Gegensatz zu Begriffen ohne *nombro*: *natura nombro* oder **naturnombro*, *plena nombro* oder **plennombro*, *raci(onal)a nombro* oder **raci(onal)nombro*, **reala nombro* oder **realnombro*, *kompleksa nombro* oder **kompleksnombro*.

(*ii*) Lösung mit eigenständigem Begriff mit dem Vorteil, dass die Begriffe nicht schwerfällig sind, nicht mit den nichtmathematischen Bedeutungen kollidieren und die allgemein akzeptierten *entjero* und *reelo* nutzen: *naturalo* (Günkel 1997: 26), *entjero*, *raciono* (PIVS 1987), *reelo*, *kompleso* (Günkel 1997: 21). Denkbar wäre für „rationale Zahl" auch eine Lösung mit *ĉ* statt *c*.

Literatur

Armanious, M. H. (2003): Semi-planar Steiner quasigroups of cardinality $3n$. In: *Australasian Journal of Combinatorics* 27, S. 13–23.

Armanious, M. H. (2012): On Steiner Quasigroups of Cardinality 21. In: *ARS COMBINATORIA* 104, S. 417–430.

Cowhig, Thomas Philip (2009): *Constructing monogenic quasigroups with specified properties*. Birkbeck College. London.

Dixit, V. N. et al. (1971): *Commutators in certain nilpotent linear groups*. University East Lansing. Michigan.

Doyen, Jean (1969): Sur le structure de certains systems triples de Steiner. In: *Mathematische Zeitung* 111, S. 289–300.

Dudek, Wiesław A. (1998): *Fuzzy subquasigroups. Quasigroups and Related Systems*. Wrocław.

— et al. (1999): *Fuzzy subquasigroups over a t-norm. Quasigroups and Related Systems*. Wrocław – Chinju.

Groupprops: http://groupprops.subwiki.org/wiki/Alternative_magma (Stand: 18:26, 4. März 2010)

http://groupprops.subwiki.org/wiki/Subquasigroup_of_size_more_than_half_is_whole_quasigroup (Stand: 16:24, 8. Mai 2014)

Guggenberger, W. et al. (2003): *L-Gruppoide: Algebraische und topologische Eigenschaften spezieller Gruppoide. Beiträge zur Algebra und Geometrie*. Lemgo: Heldermann.

Günkel, Claus J. (1994): *Konuologio* [sic!] – *historio kaj apliko*. 20 S., broschiert. Heft zum Vortrag für SUS 14 der Akademio Internacia de la Sciencoj (AIS) in Sibiu in Esperanto Ende September 1994.

— (1997): *Gunkela Vortaro. 3-a eldono*. Viersen: Eigenverlag.

Hebisch, Uwe: *Freiberger Webvorlesung über Klassische Algebra*. http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/algebra/alternativ.html (Stand: Ende Mai 2014), http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/algebra/linkssymmetrisch.html (Stand: Ende Mai 2014)

Hilgers, Rainer / Yashovardhan (1980, Hrsg.): *EG-Wörterbuch mathematischer Begriffe / EK-vortaro de mathematikaj* [sic!] *terminoj*. Alsbach (Bergstr.): Leuchtturm.

Holdgrün, H. S. (1989): *Kompleksaj funkcioj kun unu variablo. Provversio*. Göttingen: Eigenverlag.

Hyuk, Kim et al. (2008): The structure of assosymmetric algebras. In: *Journal of Algebra* 319, S. 2243–2258.

Ilić, Snežana et al. (1991): *Free biassociative grupoids*. Skopje: Universität von Skopje.

Ilse, Dieter et al. (1984): *Gruppoide und Funktionalgleichungen*. MfL 20. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Issa, A. Nourou (2000): On quasigroups with the left loop property. In: *Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae* 41, S. 663–669.

Keedwell, Anthony D. (1999): *Crossed-inverse quasigroups with long inverse cycles and apllications to cryptography*. University of Surrey.

— et al. (2003): *Construction and properties of (r,s,t)-inverse quasigroups. Discrete Mathematics*. Elsevier Science B. V.

— et al. (2005): *Quasigroups with an inverse property and generalized parastrophic identities*. University of Surrey, Academy of Sciences of Moldova.

Kepka, Tomáš (1975): Quasigroups which satisfy certain generalized forms of the Abelian identity. In: *Časopis pro pěstování matematiky* 100, S. 46–60.

— (1976): Structure of triabelian quasigroups. In: *Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae* 17, S. 229–240.

— et al. (1977): Unipotent quasigroups. Acta Universitatis Carloniae, 18, S. 13–22.

— (1978): *Structure of weakly abelian quasigroups*. Czechoslovak Mathematical Journal. Praha.

Kleinfeld, Erwin (1957): *Assosymmetric rings*. Yale University.

Larue, David Maurice (1994): *Left-distributive and left-distributive idempotent algebras*. Denver: Universität von Colorado.

Lindner, C. C. et al. (1980): *On the construction of Schroeder quasigroups*. Winnipeg: University of Manitoba.

Miller, Jeff: http://jeff560.tripod.com/: Earliest Known Uses of Some of the Words of Mathematics (Stand: Ende Mai 2014).

Milne, J. S. (2011): *Algebraic Groups, Lie Groups and their Arithmetic Subgroups*. www.jmilne.org

PIV (2002): *La nova Plena Ilustrita Vortaro*. Sennacieca Asocio Tutmonda (SAT). Paris.

PIVS (1987): *Plena Ilustrita Vortaro. Suplemento*. Sennacieca Asocio Tutmonda (SAT). Paris.

Quackenbush, Robert W. (1976): Varieties of Steiner loops and Steiner quasigroups. In: *Canadian Journal of Mathematics* 28/6, S. 1187–1198.

Reiss, M. (1859): Über eine Steinersche combinatorische Aufgabe, welche im 45sten Bande dieses Journals, Seite 181, gestellt worden ist. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 56, S. 326–344.

Rowen, Louis et al (2011): *An algebra approach to tropical mathematics*. Bar-Ilan University. Ramat-Gan.

Stanovský, David (1991): *On varieties of left distributive left idempotent groupoids*. Mathematics Subject Classification.

— (2004): *A survey of left symmetric left distributive groupoids*. Masterarbeit Prag: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~stanovsk/math/survey.pdf.

Steiner, Jakob (1853): Combinatorische Aufgabe. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 45, S. 181f..

Timm, Jürgen (1970): Zur Theorie der (nicht notwendig assoziativen) Fastringe. In: *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universitär Hamburg* 35, S. 14–31.

Treash, Christine (1971): The Completion of Finite Incomplete Steiner Triple Systems with Applications to Loop Theory. In: *Journal of Combinatorial Theory* 10, S. 259–265.

Volenec, Vladimir (1990): GS-Quasigroups. In: *Časopis pro pěstování matematiky* 115/3, S. 307–318.

Wall, Drury W. (1957): Sub-Quasigroups of Finite Quasigroups. In: *Pacific Journal of Mathematics* 7, Nr. 4.

Werner, Jan (1990): *Matematika vortaro Esperanta-Ĉeĥa-Germana*. Brno: Eigenverlag

Wikipedia: http://de.wikipedia.org/wiki/Alternativit%C3%A4t (Stand: 21:31, 21. Okt. 2013),
http://en.wikipedia.org/wiki/BCK_algebra (Stand: 23:06, 13. Nov. 2012),
http://de.wikipedia.org/wiki/Befreundete_Zahlen (Stand: 08:47, 28. Feb. 2014),
http://de.wikipedia.org/wiki/Distributivgesetz (Stand: 20:29, 4. Juni 2014),
http://de.wikipedia.org/wiki/Kommutator_(Mathematik) (Stand: 10:39, 10. Mai 2014),

http://eo.wikipedia.org/wiki/Kvaza%C5%ADgrupo (Stand: 00:32, 8. Juli 2013),
http://de.wikipedia.org/wiki/Magma_(Mathematik) (Stand: 17:45, 4. Mai 2014),
http://en.wikipedia.org/wiki/Medial_magma (Stand: 04:58, 14 Okt. 2013),
http://en.wikipedia.org/wiki/Quasigroup (Stand: 20:45, 23. Juni 2014),
http://de.wikipedia.org/wiki/Quasigruppe#Quasigruppe_mit_Inverseneigenschaft (Stand: 15:02, 1. März 2014)

Zhang, Qin-hai et al. (2007): *Finite 2-generator equilibrated p-groups*. Science in China Series A: Mathematics 50, Nr. 6.

Über die Autoren

Věra Barandovská-Frank (vera.barandovska@uni-paderborn.de), Dr., ist Latinistin, PDoc. der AIS San Marino, Redakteurin der Zeitschrift „Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft".

Detlev Blanke (detlev@blanke-info.de), Dr. sc. phil., ist Sprachwissenschaftler und lehrte (1988–2007) Interlinguistik an der Humboldt-Universität zu Berlin. Er war von 1991–2011 Vorsitzender der Gesellschaft für Interlinguistik e.V.

Sabine Fiedler (sfiedler@uni-leipzig.de), Prof. Dr. phil. habil., ist Sprachwissenschaftlerin am Institut für Anglistik der Universität Leipzig. Seit 2011 ist sie Vorsitzende der Gesellschaft für Interlinguistik e.V.

Rudolf-Josef Fischer (fischru@uni-muenster.de), Diplom-Mathematiker, Dr. rer. medic., Dr. phil., M.A., Privatdozent in der Medizinischen Fakultät der Westf. Wilhelms-Universität Münster, freier Mitarbeiter am Institut für Allgemeine Sprachwissenschaft der Universität Münster.

Claus J. Killing-Günkel (guenkel@gmx.de) ist Lehrer für Mathematik, Physik und Informatik an einem Berufskolleg.

Bernhard Pabst (bernhard.pabst@gmx.de) ist Jurist aus Berlin. Er ist Verfasser des *Berlina Komentario pri la Fundamento de Esperanto* (Berliner Kommentar zum Fundamento de Esperanto, 2014).

Kristin Tytgat (kristin.tytgat@vub.ac.be) unterrichtet Übersetzen und Dolmetschen im Institut für Angewandte Linguistik der Vrije Universiteit Brussel.